

ANALISIS KESALAHAN SISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL INTEGRAL BENTUK TAK TENTU

Analysis of Students' Errors in Solving Indefinite Integral Problems

Tiur Malasari¹, Fayyaza Aliya Nafisa Siregar²,
Risya Indah Syakira³, Salwa Silviyanti Asrizal⁴

Universitas Negeri Medan
tiurmalasari@gmail.com

Article Info:

Submitted:	Revised:	Accepted:	Published:
Nov 16, 2023	Nov 21, 2023	Nov 25, 2023	Nov 29, 2023

Abstract

In this research, researchers analyzed students' errors in solving questions on the topic of indefinite form integrals. The purpose of this research is to determine the patterns of student errors that often occur when working on indefinite form integral questions, as well as the factors that cause them. The subjects in this research were 25 grade 11 high school students. This research was carried out by providing a test sheet in the form of essay questions on the subject matter of indefinite integrals, totaling 5 questions with 1 category of easy questions, 3 categories of medium questions, and 1 category of difficult questions. Based on the results of data analysis, it was obtained that for question number 1 (an easy category question), 100% of respondents answered correctly. Question number 2 (medium category question), 93.3% of respondents answered correctly. Question number 3 (medium category question) 54% of respondents answered correctly. Question number 4 (difficult category question), 46% of respondents answered correctly. Meanwhile, for question number 5 (difficult category question), only 20% of respondents answered correctly.

Keywords : *Student Error Analysis, Integrals, Integrals of Indefinite Form*

Abstrak : Dalam penelitian ini, peneliti melakukan analisis kesalahan siswa dalam menyelesaikan soal-soal pada topik integral bentuk tak tentu. Tujuan dilakukannya penelitian ini adalah untuk mengetahui pola-pola kesalahan siswa yang kerap terjadi dalam mengerjakan soal integral bentuk tak tentu, serta faktor-faktor penyebabnya. Adapun subjek dalam penelitian ini adalah siswa SMA kelas 11 yang berjumlah 15 orang. Penelitian ini dilakukan dengan memberikan lembar tes berupa soal bentuk essay pada materi pokok integral tak tentu yang berjumlah 5 soal dengan 1 kategori soal

mudah, 3 kategori soal medium, dan 1 kategori soal sulit. Berdasarkan hasil analisis data diperoleh Soal nomor 1 (soal kategori mudah), sebanyak 100% responden menjawab dengan benar. Soal nomor 2 (soal kategori medium), sebanyak 93,3% responden menjawab dengan benar. Soal nomor 3 (soal kategori medium) 54% responden menjawab dengan benar. Soal nomor 4 (soal kategori sulit), 46% responden menjawab dengan benar. Sedangkan soal nomor 5 (soal kategori sulit), hanya 20% responden menjawab dengan benar.

Kata Kunci : Analisis Kesalahan Siswa, Integral, Integral Bentuk Tak Tentu

PENDAHULUAN

Matematika yang merupakan salah satu mata pelajaran inti dalam sistem pendidikan sering menimbulkan tantangan bagi sebagian besar siswa. Salah satu topik yang sering menimbulkan masalah tentu saja adalah integral tak tentu. Integral merupakan konsep fundamental dalam matematika khususnya kalkulus, dan pengetahuan tentang integral sangat penting untuk memahami konsep matematika tingkat tinggi. Integral bentuk tak tentu digunakan untuk menemukan fungsi primitif dari suatu fungsi, yang memegang peran penting dalam berbagai bidang ilmu seperti fisika, ekonomi, dan rekayasa.

Namun, dalam pembelajaran integral bentuk tak tentu, seringkali siswa mengalami kesulitan dan membuat kesalahan dalam mengerjakan soal-soal terkait. Kesalahan tersebut dapat disebabkan oleh berbagai faktor, seperti pemahaman yang kurang mendalam tentang konsep integral, kesalahan dalam proses integrasi, dan kebingungan dalam memilih metode yang tepat.

Oleh karena itu, penting untuk melakukan analisis kesalahan siswa dalam mengerjakan soal integral bentuk tak tentu guna mendapatkan pemahaman yang lebih baik tentang jenis kesalahan yang paling umum terjadi. Dengan mengetahui kesalahan-kesalahan tersebut, pembelajaran integral bentuk tak tentu dapat diperbaiki dengan pengembangan strategi pengajaran yang lebih efektif dan disesuaikan dengan kebutuhan siswa.

Melalui penelitian ini, diharapkan dapat terungkap pola-pola kesalahan siswa yang kerap terjadi dalam mengerjakan soal integral bentuk tak tentu, serta faktor-faktor penyebabnya. Hasil dari penelitian ini dapat menjadi landasan bagi pengembangan metode pembelajaran yang lebih efektif, mengidentifikasi area-area yang memerlukan perhatian lebih dalam pembelajaran integral, dan memberikan panduan kepada guru dalam

membantu siswa mengatasi kesulitan- kesulitan yang umum terjadi dalam pemahaman dan penerapan konsep integral bentuk tak tentu.

METODE

Jenis penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah penelitian deskriptif kualitatif karena bertujuan untuk mendeskripsikan atau menggambarkan kesalahan/permasalahan siswa dalam mengerjakan soal yang terkait dengan teknik integral menggunakan kata-kata. Adapun subjek penelitian dari penelitian ini adalah siswa SMA kelas 11 yang berjumlah 15 orang. Teknik pengumpulan data pada penelitian ini menggunakan metode tes. Instrumen tes yang diberikan berupa soal bentuk essay pada materi pokok integral tak tentu yang berjumlah 5 soal dengan 1 kategori soal mudah, 3 kategori soal medium, dan 1 kategori soal sulit. Dari jawaban siswa terhadap soal tes yang diberikan dapat dideskripsikan permasalahan atau kesalahan apa saja yang sering atau umum dihadapi oleh siswa dalam menyelesaikan soal integral bentuk tak tentu.

HASIL

1. Definisi Integral Bentuk Tak Tentu

Integral bentuk tak tentu merupakan salah satu konsep penting dalam kalkulus. Integral bentuk tak tentu digunakan untuk mencari fungsi primitif (antiderivatif) dari suatu fungsi, yang memungkinkan kita untuk memperoleh hasil yang lebih umum daripada turunan. Dalam notasi matematika, integral bentuk tak tentu dituliskan sebagai integral dari suatu fungsi dengan memasukkan simbol integrasi ($\int$) diikuti oleh fungsi tersebut dan ditambahkan dengan konstanta integrasi (C). Dalam konteks integral bentuk tak tentu, konsep primitif dan turunan saling berhubungan. Jika $F(x)$ merupakan fungsi primitif dari $f(x)$, maka turunan dari $F(x)$ adalah $f(x)$. Dalam istilah matematika, hal ini dapat dinyatakan sebagai $F'(x) = f(x)$, dimana $F'(x)$ adalah turunan dari $F(x)$. Bentuk umum dari integral tak tentu yaitu :

$$\int f(x) dx = F(x) + C$$

dimana :

$\int f(x)$ = lambang integral tak tentu

$f(x)$ = fungsi integran, yaitu fungsi yang diintegrasikan

$F(x)$ = fungsi integral

C = konstanta

Teorema dari integral tak tentu adalah jika n bilangan rasional dan $n \neq -1$ maka :

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1} \cdot x^{n+1} + C$$

dimana C = konstanta

Bentuk - bentuk integral tak tentu lainnya :

1. Integral Fungsi Aljabar

$$\int aX^n dx = \frac{a}{n+1} X^{n+1} + C$$

2. Integral Fungsi Trigonometri

$$\begin{aligned}\int \cos(ax+b) dx &= \frac{1}{a} \sin(ax+b) + C \\ \int \sin(ax+b) dx &= -\frac{1}{a} \cos(ax+b) + C \\ \int \sec^2(ax+b) dx &= \frac{1}{a} \tan(ax+b) + C \\ \int \csc^2(ax+b) dx &= -\frac{1}{a} \cot(ax+b) + C \\ \int \sec(ax+b) \tan(ax+b) dx &= \frac{1}{a} \sec(ax+b) + C \\ \int \csc(ax+b) \cot(ax+b) dx &= -\frac{1}{a} \csc(ax+b) + C\end{aligned}$$

2. Metode Integrasi

Dalam mengerjakan soal integral bentuk tak tentu, terdapat beberapa metode yang umum digunakan, antara lain:

- Integrasi Langsung: Metode ini melibatkan penggunaan rumus-rumus integral yang sudah dikenal untuk mengintegrasikan fungsi-fungsi dasar, seperti polinomial, fungsi trigonometri, dan fungsi eksponensial.
- Integrasi dengan Substitusi: Metode substitusi, juga dikenal sebagai metode perubahan variabel, digunakan untuk menggantikan variabel dalam integral dengan variabel baru yang mempermudah proses integrasi.

3. Kesalahan Umum Siswa dalam Mengerjakan Soal Integral Bentuk Tak Tentu

- Kesalahan dalam proses integrasi: Siswa seringkali salah dalam melakukan langkah-langkah integrasi, seperti mengabaikan konstanta integrasi, melakukan kesalahan aritmetika, atau mengalihkan tanda operasi secara tidak tepat.

- b. Kesalahan dalam memilih metode integrasi yang tepat: Siswa kadang-kadang kesulitan dalam memilih metode integrasi yang sesuai dengan bentuk soal. Mereka mungkin menggunakan metode yang tidak relevan atau terjebak dalam menggunakan metode yang salah.
- c. Kesalahan dalam memahami konsep integral: Siswa mungkin memiliki pemahaman yang kurang mendalam tentang konsep integral dan bagaimana mengaplikasikannya dalam konteks soal. Mereka dapat bingung tentang bagaimana menafsirkan notasi integral dan menghubungkannya dengan konsep fungsi primitif.
- d. Kesalahan dalam memperhatikan batas-batas integrasi: Siswa seringkali lupa untuk memperhatikan batas-batas integrasi yang tepat dalam soal. Mereka mungkin mengabaikan batas-batas tersebut atau salah menginterpretasikan batas-batas tersebut.

PEMBAHASAN

Berdasarkan penelitian yang telah dilakukan, didapatkan berbagai kesalahan siswa dan faktor yang menyebabkan terjadinya kesalahan pada siswa dalam menyelesaikan masalah integral bentuk tak tentu. Beberapa kesalahan yang kerap kali terjadi adalah kurangnya pemahaman siswa mengenai konsep integral bentuk tak tentu, kurangnya pemahaman siswa dalam pengoprasian integral bentuk tak tentu, kurang mahirnya siswa untuk mengubah bentuk integral menjadi sebuah permisalan dan ketidakmampuan siswa dalam menggunakan rumus pada soal integral bentuk tak tentu. Peneliti melakukan penelitian dengan teknik pengumpulan data berupa tes. Tes yang diberikan pada siswa berupa essay yang terdiri dari 5 soal dengan tingkat kesulitan yang berbeda. Soal dengan kategori mudah yaitu soal no. 1, soal dengan kategori medium yaitu soal no. 2 dan 3, dan soal dengan kategori sulit yaitu soal no. 4 dan 5.

Tabel 1. Hasil Penelitian

Soal	Jawaban		Persentase	
	Benar	Salah	Benar	Salah
Mudah				
$\int (x-2)(2x+1)dx$	12	3	80%	20%
Medium				
$\int (x^2-4x)\sin(x^3-6x^2+9)dx$	14	1	93,3%	6,7%
$\int \frac{6x^2-3x+1}{(4x+1)(x^2+1)}dx$	8	7	54%	46%
Sulit				
$\int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz$	7	8	46%	54%
$\int \frac{12}{x^2\sqrt{y-4x^2}}$	3	12	20%	80%

Pada tabel diatas terlihat persentase benar dan salah pada masing masing soal. Soal nomor 1 (soal kategori mudah), sebanyak 80% responden menjawab dengan benar. Soal nomor 2 (soal kategori medium), sebanyak 93,3% responden menjawab dengan benar. Soal nomor 3 (soal kategori medium) 54% responden menjawab dengan benar. Soal nomor 4 (soal kategori sulit), 46% responden menjawab dengan benar. Sedangkan soal nomor 5 (soal kategori sulit), hanya 20% responden menjawab dengan benar. Untuk persentase responden menjawab soal yang salah yaitu 0% pada soal no 1 (soal kategori mudah), 6,6% pada soal no 2 (soal kategori medium), 46% pada soal nomor 3 (soal kategori medium), 54% pada soal nomor 4 (soal kategori sulit), dan 80% pada soal nomor 5 (soal kategori sulit).

Pada soal nomor 1 (soal kategori mudah) yaitu soal mengenai integral fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan metode integrasi integral langsung. Pada soal ini, 3 dari 15 atau 20% jawaban responden salah dan 12 lainnya atau 80% responden menjawab dengan benar.

Tabel 2. Deskripsi kesalahan siswa

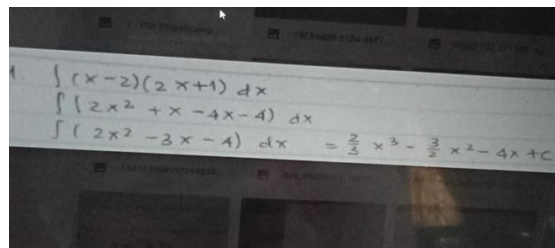
Deskripsi Kesalahan Siswa
Kesalahan dalam perkalian dua fungsi aljabar
Kesalahan dalam memahami konsep integral dan pengoperasian integral.

Berdasarkan gambar 1 jawaban responden a, dapat dilihat kesalahan responden dalam menyelesaikan soal nomor 1 yaitu kesalahan dalam mengoperasikan perkalian dua fungsi aljabar. Responden menyelesaikan $(x - 2)(2x + 1) = 2x^2 - x - 1xy + 2$. Dimana seharusnya $(x - 2)(2x + 1) = (2x^2 - 3x - 2)$.

3) Tentukan hasil dari integral part
ini
 $\int (x-2)(2x+1) dx$
Jwb:
 $\int (2x^2 - x - 1xy + 2) dx$
 $= \int (2x^2 - 1 \frac{1}{2} x + 2) dx$
 $= \frac{2}{2+1} x^{2+1} - \frac{1 \frac{1}{2}}{1+1} x^{1+1} + 2x + C$
 $= x^3 - \frac{1 \frac{1}{2}}{2} x^2 + 2x + C$

Gambar 1

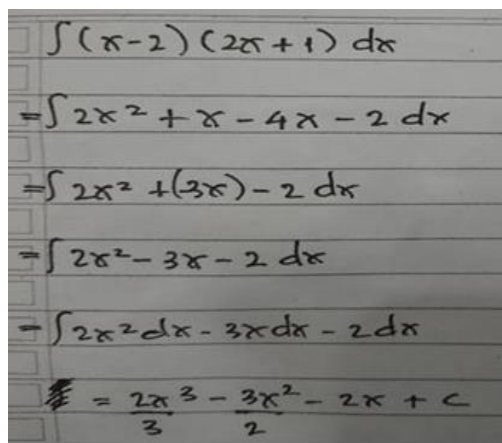
Berdasarkan gambar 2 dari jawaban responden b, dapat dilihat kesalahan responden yaitu kesalahan dalam mengoperasikan perkalian dua fungsi aljabar. Responden menyelesaikan $(x-2)(2x+1) = 2x^2 - 3x - 4$. Dimana seharusnya $(x-2)(2x+1) = (2x^2 - 3x - 2)$. Sesuai dengan yang sudah diteliti, dapat disimpulkan bahwa pemahaman responden terhadap matematika dasar khususnya pada kategori perkalian dua fungsi masih sangat rendah. Namun, pemahaman konsep integral oleh responden sudah cukup.



$$\begin{aligned} & \int (x-2)(2x+1) dx \\ & \int (2x^2 + x - 4x - 4) dx \\ & \int (2x^2 - 3x - 4) dx = \frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 4x + C \end{aligned}$$

Gambar 2

Hasil penelitian terhadap responden selanjutnya, responden sudah benar dalam menyelesaikan perkalian dua fungsi. Kesalahan berada pada kolom ke 5. Tidak seharusnya responden menyertakan "dx" ke dalam setiap bagian pengoperasian integral, hal ini terlihat dari jawaban responden yang ditulis dengan format $\int 2x^2 dx - 3x dx - 2 dx$ dan berkaitan dengan kesalahan siswa pada pemahaman konsep pengoperasian integral. Berdasarkan hal diatas dapat dinyatakan terdapat responden yang kurang memahami konsep pengoperasian integral.



$$\begin{aligned} & \int (x-2)(2x+1) dx \\ & = \int 2x^2 + x - 4x - 2 dx \\ & = \int 2x^2 + (3x) - 2 dx \\ & = \int 2x^2 - 3x - 2 dx \\ & = \int 2x^2 dx - 3x dx - 2 dx \\ & = \frac{2x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} - 2x + C \end{aligned}$$

Gambar 3

Pada soal nomor 2 (soal kategori medium) yaitu soal mengenai integral trigonometri bentuk tak tentu dengan metode integrasi integral substitusi. Pada soal ini, 1 dari 15 atau 6,7% jawaban responden salah dan 93,3% lainnya benar

Tabel 3. Deskripsi kesalahan siswa

Deskripsi Kesalahan Siswa
Kesalahan dalam mengintegralkan bentuk trigonometri
Penyelesaian soal dengan tidak terstruktur atau melewati beberapa tahapan yang dibutuhkan.
Kesalahan dalam memahami konsep integral

Berdasarkan gambar 4 jawaban responden x, dapat dilihat kesalahan responden x adalah melewati beberapa langkah yang dibutuhkan, yaitu langkah permisalan (integral substitusi). Dalam penyelesaian soal integral ini, responden seharusnya menuliskan secara rinci mengenai permisalan yang diambil, yaitu

$$\int (x^2 - 4x) \sin(x^3 - 6x^2 + 9) dx$$

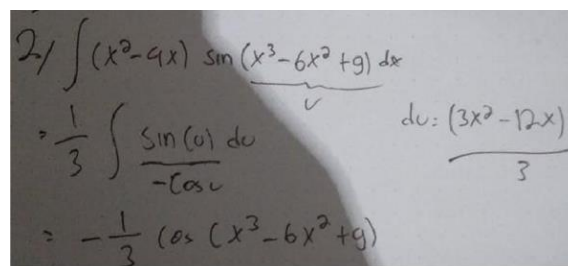
$$\text{Misal } u = (x^3 - 6x^2 + 9)$$

$$\frac{du}{dx} = 3x^2 - 12x$$

$$\frac{du}{dx} = 3(x^2 - 4x)$$

$$\frac{1}{3} \frac{du}{dx} = (x^2 - 4x)$$

Permisalan harus dituliskan sebelum responden menuliskan hasil dari dx yang didapatkan dan tidak menuliskan kembali soal sebelum digantinya variabel x menjadi u dan dx menjadi du. Namun, secara hasil jawaban responden x adalah benar. Hal ini terlihat dari jawaban responden di bawah ini.



$$\begin{aligned} & 2/3 \int (x^2 - 4x) \sin(x^3 - 6x^2 + 9) dx \\ &= \frac{1}{3} \int \frac{\sin(u) du}{-\cos u} \quad du = (3x^2 - 12x) dx \\ &= -\frac{1}{3} \cos(x^3 - 6x^2 + 9) \end{aligned}$$

Gambar 4

Pada gambar 5 jawaban responden y, kesalahan responden terletak pada pengintegralan fungsi trigonometri. Responden juga mengalami kesalahan konsep dalam proses mengintegralkan. Responden menyelesaikan

$$\int (x^2 - 4x) \sin(x^3 - 6x^2 - 9) \\ = \int \frac{1}{3} \cos(u) du.$$

Responden sudah mengintegralkan bentuk trigonometri namun komponen lainnya belum diintegralkan kemudian responden menyelesaikan $\int \frac{1}{3} \cos(u) du$ dengan langkah yang benar.

Pada soal nomor 3 (soal kategori medium), yaitu soal mengenai teknik dasar integral yang memuat bentuk fungsi kuadrat tidak berulang metode. Pada soal ini, 7 dari 15 atau 46% jawaban responden salah dan 8 lainnya benar sesuai dengan rumus dan konsep integral.

Tabel 4. Deskripsi kesalahan siswa

Deskripsi Kesalahan Siswa
Kesalahan penentuan rumus
Kesalahan dalam memahami konsep integral

Pada soal no 3, 7 dari 15 responden menjawab salah. Kesalahan yang paling sering yaitu kesalahan penentuan rumus. Dimana, soal tersebut adalah faktor kuadrat tidak berulang yang rumusnya adalah $\frac{6x^2-3x+1}{(4x+1)(x^2+1)} = \frac{A}{(4x+1)} + \frac{B}{(x^2+1)}$, sedangkan pada jawaban responden merupakan rumus untuk faktor linier tidak berulang.

Kesalahan selanjutnya adalah responden tidak menuliskan semua kemungkinan yang ada. Dimana masih terdapat $A + B = 1$ yang jika disubstitusikan dengan $A = 6$ dan $B = -\frac{3}{4}$ maka hasilnya akan kontradiksi dan membuat ambigu.

Kesalahan selanjutnya adalah responden salah dalam menyelesaikan $\int \frac{1}{x^2+1}$. Pengintegralan bentuk seperti itu diselesaikan dengan metode integral trigonometri. Kesalahan yang dimaksud diperjelas melalui gambar di bawah ini:

Salah Penulisan Rumus

Tidak menulis semua kemungkinan

Sal

Gambar 5

Pada soal nomor 4 (soal kategori sulit) yaitu soal mengenai integral fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan metode integrasi integral substitusi. Pada soal ini, 8 dari 15 atau 46% jawaban responden salah dan 7 lainnya atau 54% menjawab soal dengan benar sesuai dengan konsep dan prinsip integral.

Tabel 5. Deskripsi kesalahan siswa

Deskripsi Kesalahan Siswa
Kesalahan dalam memahami konsep integral.
Kesalahan dalam menggunakan dalil turunan.
Kesalahan dalam menerjemahkan soal.
Kurang memahami konsep trigonometri.
Penyelesaian soal dengan tidak terstruktur atau melewati beberapa tahapan yang dibutuhkan.
Kurangnya ketelitian dalam menyelesaikan soal.

Berdasarkan gambar 6, dapat dilihat kesalahan responden dalam menyelesaikan soal nomor 4 yaitu kesalahan dalam menggunakan dalil turunan. Terlihat saat responden menggunakan permisalan $u = \cos z$, ketika u diturunkan terhadap z , responden menjawab $\sin z$. Turunan $\cos z$ yang benar adalah $-\sin z$. Kesalahan ini menyebabkan langkah

selanjutnya dan jawaban akhir adalah salah. Kesalahan lainnya adalah responden langsung mengintegralkan dan mengubah variabel u menjadi x seperti yang tertera pada gambar 7. Kesalahan yang dimaksud diperjelas melalui gambar di bawah ini:

$$\begin{aligned}
 4. \int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz &= \int \frac{\sin z / \cos z}{\cos^2 z} dz \\
 u &= \cos z &= \int \frac{1}{u^3} du &= -\frac{1}{2x^2} + C \\
 \frac{du}{dz} &= \sin z \\
 du &= \sin z \, dz
 \end{aligned}$$

Gambar 6

$$= \int \frac{1}{u^3} du = -\frac{1}{2x^2} + C$$

Gambar 7

Seharusnya responden terlebih dahulu mengubah penyebut menjadi pembilang, yaitu u^3 (penyebut) menjadi u^{-3} (pembilang). Kemudian responden dapat menggunakan teorema/dalil integral. Variabel u yang berubah menjadi variabel x menjadi tanda tanya kepada responden. Selain itu, soal integral dengan bentuk trigonometri akan menghasilkan jawaban berbentuk trigonometri pula. Langkah yang benar adalah :

$$\begin{aligned}
 \int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz &= \int \frac{\sin z}{\cos^3 z} dz \\
 &= \int \frac{-du}{u^3} \\
 &= - \int u^{-3} du \\
 &= - \frac{u^{-2}}{-2} + C \\
 &= \frac{1}{2} u^{-2} + C \\
 &= \frac{1}{2u^2} + C \\
 &= \frac{1}{2\cos^2 z} + C
 \end{aligned}$$

Maka dapat disimpulkan bahwa responden mengalami kesulitan dalam menyelesaikan soal integral, mulai dari kurangnya penguasaan dalil turunan, kesalahan dalam menggunakan dalil integral, dan juga pemahaman dalam menyelesaikan soal sampai akhir.

Berdasarkan gambar 8, dapat dilihat bahwa kesalahan responden adalah salah memahami soal yang diajukan (kesalahan dalam menerjemahkan soal). Pada soal nomor 4,

penyebut berupa $\cos^2 z$, sementara responden menuliskan penyebut berupa $\cos z^2$. Hal tersebut memiliki makna yang berbeda sehingga penyelesaian akhir pun berbeda. Berdasarkan penyelesaian responden pada 3 dan 4, responden melewati langkah yang dibutuhkan. yaitu permisalan. Seharusnya, responden menuliskan permisalan dari z menjadi t . Kesalahan selanjutnya berada pada baris ke 5 sampai baris ke 7, responden tidak menambahkan “+C” pada hasil akhir yang dituliskan. Responden juga salah dalam mengintegalkan $\int \frac{1}{t^3} = \frac{1}{2t^2}$, seharusnya $\int \frac{1}{t^3} = \frac{1}{2t^2}$.

$$\begin{aligned}
 & \int \frac{\sin(z)}{\cos^2(z)} \cdot dz \\
 &= \int \frac{\sin(z)}{\cos(z)^2} \cdot dz \\
 &= \int \frac{\sin(z)}{\cos(z)^3} \cdot dz \\
 &= \int \frac{1}{t^3} \cdot dt \\
 &= - \left(-\frac{1}{2t^2} \right) \\
 &= - \left(-\frac{1}{2\cos(z)^2} \right) \\
 &= \frac{1}{2\cos(z)^2} \\
 &= \frac{1}{2\cos(z)^2} + C, \quad C \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

Gambar 8

Dapat disimpulkan bahwa responden kurang memahami konsep integral maupun pengkuadratannya.

Berdasarkan gambar 9, 10 dan 11, dapat dilihat kesalahan yang sama dari beberapa responden berupa kesalahan atau kecerobohan dalam operasi perkalian. Dua diantaranya, yaitu gambar 10 dan 11 memiliki kecerobohan dalam operasi perkalian antar penyebut, dimana kedua responden menyelesaikan perkalian $\cos z \cdot \cos^2 z = \cos^2 z$ seharusnya $\cos^3 z$. Dan satu lainnya, yaitu gambar 9 memiliki kecerobohan dalam ketelitian penulisan soal. Pada soal, responden benar dalam menuliskan penyebut, yaitu $\cos^2 z$ namun pada penyelesaian responden memiliki kecerobohan yaitu kurang teliti sehingga penyebutnya ditulis $\cos z$, bukan $\cos^2 z$. Dari kesalahan tersebut menyebabkan penyelesaian hingga akhir adalah salah.

Perhatikan soal berikut ini!
 Tentukan hasil dari $\int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz$

Jwb: $\int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz$
 $= \int \frac{\sin z}{\cos z} \cdot \frac{1}{\cos^2 z} dz$
 $= \int \frac{\sin z}{\cos^3 z} dz$
 $u = \cos z \rightarrow du = -\sin z dz$
 $dz = -\frac{1}{\sin z} du$
 $= \int -\frac{1}{\sin z} \cdot \frac{\sin z}{u^3} du$
 $= \int -\frac{1}{u^3} du$
 $= \int -u^{-3} du$
 $= \frac{-u^{-2}}{-2} + C$
 $= \frac{1}{2u^2} + C$
 $= \frac{1}{2\cos^2 z} + C$
 $= \sec^2(z) + C.$

Gambar 9

$\int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz$

↳

$\int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz = \frac{\sin z}{\cos z} \cdot \frac{1}{\cos^2 z} dz$
 $= \int \frac{\tan z}{\cos^3 z} dz$

misal ~~misal~~ $u = \cos z$

Gambar 10

$\int \frac{\tan z}{\cos^2 z} dz = \frac{\sin z}{\cos z} \cdot \frac{1}{\cos^2 z} dz$
 $= \int \frac{\tan z}{\cos^3 z} dz$

Gambar 11

Maka dapat disimpulkan bahwa para responden ini memiliki tingkat ketelitian dengan kategori kurang baik dalam pengerjaan soal sehingga membuat operasi perkalian antar penyebut pun salah.

Pada soal nomor 5 (soal kategori sulit) yaitu soal mengenai integral fungsi aljabar bentuk tak tentu dengan metode integrasi integral substitusi. Pada soal ini, 12 dari 15 atau 80% jawaban responden salah dan 3 lainnya atau 20% menjawab soal dengan benar sesuai dengan konsep dan prinsip integral.

Tabel 6. Deskripsi kesalahan siswa

Deskripsi Kesalahan Siswa
Kurang memahami konsep maupun teorema integral
Kurang memahami pengoperasian pecahan dan bentuk akar.
Kurang memahami bentuk bentuk integral dan metodenya.
Prosedur tidak tepat
Hilangnya kesimpulan

Pada soal nomor 5, responden kurang memahami konsep dari integral itu sendiri. Responden tidak dapat menguraikan bentuk pecahan maupun bentuk akar yang tertera pada soal. Rata rata responden langsung menyelesaikan bentuk integral pada pecahan aljabar tanpa menggunakan permisalan fungsi maupun penyederhanaan fungsi, seperti fungsi dalam akar. Dalam hal ini, responden melakukan kesalahan berupa kesimpulan hilang dimana responden gagal dalam memahami soal. Kurangnya pemahaman responden mengenai integral substitusi serta kurangnya variasi soal yang dikuasai responden juga menjadi salah satu faktor rendahnya keberhasilan responden pada soal ini.

Berdasarkan gambar 12, dapat dilihat kesalahan responden berapa pada kategori prosedur tidak tepat. Subjek tersebut melakukan kesalahan dengan berusaha mengoperasikan masalah pada level yang tepat, tetapi prosedur yang digunakan kurang tepat dalam menggunakan rumus bahkan tidak memahami sama sekali teorema dan konsep integral, serta tidak sesuai dengan kaidah yang berlaku dalam matematika.

5. Tentukan hasil dari integral pada fungsi berikut ini

$$\int \frac{12}{x^2 \sqrt{9-4x^2}} dx$$

↳ $\int \frac{12}{x^2 \sqrt{9-4x^2}} dx = \int \frac{12}{3x^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{3}\right)^2}} dx$

$$= \int \frac{4}{x^2 \sqrt{1 - \left(\frac{2x}{3}\right)^2}} dx$$

Gambar 12

Berdasarkan uraian jawaban responden pada soal nomor 5, responden tersebut melakukan kesalahan dengan kategori kesimpulan hilang. Subjek tersebut mengoperasikan pada level yang tepat namun gagal menyimpulkan. Hal ini karena, kurangnya pemahaman subjek tadi terhadap pertanyaan yang ada di dalam soal dan tidak tuntasnya proses penyelesaian soal.

Dalam mengerjakan soal no 5, kebanyakan responden kurang memahami konsep soal bahkan ada yang berhenti di tengah perjalanan dalam menyelesaikan soal tersebut. Terdapat responden yang menuliskan “tidak paham konsep soal” dan “Maaf kurang mengerti”. Oleh karena itu, dapat disimpulkan bahwa pemahaman siswa dalam memahami konsep integral dan teorema teorema yang digunakan masih jauh dari yang diharapkan sehingga masih sulit menyelesaikan soal dalam kategori "sulit".

KESIMPULAN

Berdasarkan dari hasil dan pembahasan di atas, dapat disimpulkan bahwa integral merupakan konsep-konsep yang sulit dipahami oleh siswa. Meskipun telah mempelajari konsep-konsep tersebut di kelas, sebagian besar siswa masih mengalami kesulitan dalam memecahkan persoalan yang dilandasi konsep-konsep tersebut.

Ada beberapa kemungkinan penyebab kegagalan siswa dalam memecahkan persoalan konseptual seperti yang digunakan pada penelitian ini. Pertama, mereka mengalami miskonsepsi dalam arti memahami suatu konsep secara salah namun yakin bahwa konsepsinya (yang salah) tersebut benar. Kedua, mereka telah memiliki satu konsep yang berkaitan dengan persoalan yang dipecahkan, namun saat mencoba memecahkan persoalan tersebut mereka gagal mengaktivasi pengetahuan sains yang paling relevan ke dalam working memorynya. Ketiga, mereka berhasil mengaktivasi potongan - potongan pengetahuan ke dalam working memory namun gagal memilih pengetahuan yang paling relevan dengan persoalan, atau gagal menggunakan pengetahuan- pengetahuan tersebut untuk membuat kesimpulan yang tepat. Keempat, mereka tidak memiliki pengetahuan yang relevan sehingga hanya mengandalkan intuisi naifnya.

Jadi, responden mengalami kesulitan mengenai cara pengerjaan soal integral, mulai dari belum menguasai turunan, kesalahan dalam menggunakan dalil, dan juga pemahaman dalam menyelesaikan soal sampai akhir. Namun ada beberapa diantaranya yang sama sekali tidak memahami konsep, apa yang harus ia kerjakan dalam soal tersebut. Hal tersebut

terlihat ketika responden menjawab dengan foto bertulisan “Maaf kurang mengerti”. Ditarik kesimpulan, ternyata pemahaman siswa SMA mengenai integral masih kurang memuaskan.

DAFTAR PUSTAKA

- Anton, H., Bivens, I., & Davis, S. (2013). *Calculus: Early Transcendentals*. Wiley.
- Arikan, E. E., & Ekici, E. (2015). *An Analysis of Students' Misconceptions and Errors in Integral Calculus*. Turkish Journal of Education, 4(1), 1-17.
- Aryani, Y., & Wahyuni, S. (2021). *Analysis of Students' Mistakes in Solving Integral Problems*. Journal of Educational Sciences, 5(1), 103-113.
- Garcia, S., & Hadisantoso, P. (2018). *Analysis of Students' Mistakes in Solving Integral Problems*. In Journal of Physics: Conference Series (Vol. 1114, No. 1, p. 012047). IOP Publishing.
- Larson, R., & Edwards, B. (2009). *Calculus*. Cengage Learning.
- Rahmawati, D. (2017). *Geometri Transformasi*. PT. Kandel.
- Ramli, M. (2016). *Matematika SMA/MA Kelas XII*. PT. Bumi Aksara.
- Setiawan, E., & Haryanto, I. (2015). *Matematika SMA Kelas XII*. PT. Intan Pariwara.
- Slamet, S., & Budiyo. (2015). *Matematika SMA Kelas XII*. Erlangga.
- Soegiyanto, A., & Mulyono, A. (2018). *Students' Difficulties and Mistakes in Solving Integral Calculus Problems*. Journal of Physics: Conference Series, 948(1), 012043.
- Stewart, J. (2015). *Essential Calculus: Early Transcendentals*. Cengage Learning.
- Sudrajat, A. (2017). *Matematika SMA Kelas XII*. PT. Grafindo Media Pratama.
- Suwarsono, & Ahmad, S. (2019). *Geometri Transformasi untuk SMA/MA Kelas XI*. Graha Ilmu.